

René Descombes : LE CARRÉ NATUREL : PROBLEMES ET JEUX

I Présentation et propriétés du carré naturel

1. Définitions

La notion de nombres et de cases complémentaires
Une application des nombres complémentaires : le Code Atbash
Propriétés générales des carrés naturels.
Le carré naturel alterné.
La magie simple du carré naturel

2. La polymagie du carré naturel.

Cas de $n = 3$
Cas de $n = 4$
Généralisation pour $n > 4$.
La polymagie du carré magique d'ordre $n = 5$
Les permutations figurées magiques.
Le carré naturel d'ordre $n = 3$
Le carré naturel d'ordre $n = 4$
Cas du carré naturel alterné.
La polymagie du rectangle magique
La longue gestation d'un carré magique très particulier.
La polymagie des cercles magiques
La polymagie du cube naturel
Application de la polymagie au cube magique

3. Les combinaisons complémentaires et leur dénombrement

Dénombrement des combinaisons complémentaires
Combinaisons complémentaires pour les carrés naturels d'ordre $n = 4$
Combinaisons complémentaires pour les carrés naturels d'ordre $n = 5$

4. Quelques propriétés particulières du carré naturel

Des maxima et des minima
Des différences constantes
Une application des nombres complémentaires au carré naturel

5. Propriétés particulières du carré naturel alterné

Les permutations figurées.
Le carré naturel alterné (Rappel)
Propriétés des termes situés sur les permutations figurées.
Détermination directe de la plus grande et de la plus petite somme
Recherche d'une relation donnant a et z en fonction de n .
Calcul du nombre de termes de la suite .
Les suites

6. Le carré naturel dans le « Faust » de Goethe.

7. Le carré naturel comme « carré réversible »

8. Une application du carré naturel : le Crible d'Eratosthène.

Présentation
Une grille visuelle pour le Crible d'Eratosthène

9. A propos des nombres premiers.

Une curiosité : la Table senaire des nombres premiers.
Une table des couples de nombres premiers entre eux.
La spirale carrée de Stanislas Ulam : une diagonale de nombres premiers !

10. Le carré naturel considéré comme une matrice

L'addition

Le produit

Matrices d'ordre $n = 2$

Matrices d'ordre $n = 3$

Matrices d'ordre $n = 4$

II. Jeux et problèmes du carré naturel

11. Le carré naturel d'ordre $n = 3$ revisité

Une propriété particulière.

Des sommes dans les médianes.

Des sommes dans les 3ème ligne et 3ème colonne

La grille aux trois carrés.

Un nombre et son carré.

Des multiples de 7

Des multiples de 11.

Une moyenne

Des nombres premiers

Des multiples de 3

Des sommes égales

Une somme $S = 999$!

Un problème de Paul Erdős

Les quadrants égaux

Des nombres premiers palindromes

Le jeu de l'évite

Un périmètre magique !

La « magie » des nombres de trois chiffres et autres remarques.

12. Le Sudoku.

Une variante prolifique du carré naturel : une grille de Sudoku

Généralisation pour toute valeur de n

Variantes

Une méthode de résolution d'une grille de SUDOKU

Le carré naturel au secours du Sudoku !

Les transformations d'une grille de Sudoku

Combien existe-t-il de grilles de Sudoku ?

Un nouveau jeu de grille : le Suzenjou

13. Le Taquin, un carré naturel tronqué

Présentation

Une approche du problème

Problèmes dérivés.

Le Taquin du Cavalier

Un Supertaquin !

Problèmes annexes

Une variante du Taquin : le jeu des permutations.

Le « Pousse-Pousse-Vape »

Le Jeu de Lewthwaite

14. Les escouades du général Déployé.

15. Les quatre joueurs

16. Le Jeu dit Razzia

17. L'Amazone

18. Le jeu des carrés multiples

19. Le jeu des pentominos

Le pavage des douze pentominos

Une variante : les pentominos « gonflés »

Un pavage difficile !

La transformation des pentominos

La permutation des couleurs des pentominos

Un pentomino « magique » ?

Le jeu des dominos pointés.

Le jeu des triminos

Le jeu des tétraminos

Le jeu des tétraminos pointés

20. Le jeu des circuits fermés

Généralités

La courbe de Hilbert

Un circuit fermé mixte

La Dame se promène !

Une variante du circuit fermé, dite « Masyu »

21. Le carré naturel au secours des dominos... ou vice versa.

22. La restitution du carré naturel

23. Le Cogito

24. Le Tablut

25. L'invers

26. Le Jeu du Labyrinthe

27. Lignes d'action

28. Le jeu de Dames

29 - Le Jeu de la Vie, de John Horton Conway

30. La bataille navale

La stratégie de la bataille navale

Problème

Variantes de la Bataille navale

La bataille navale dynamique

Déduction 3»

Stratégie 2

Stratégie 6

Le Fantomas

31. La « déquadrature » du carré naturel

32. Un partage équitable du carré naturel

33. Le Jeu du loup et des moutons

34. Un puzzle de nombres premiers

35. Le nombre de chemins
36. Combien de carrés et de rectangles ?
37. Les jeux du Morpion
 - Le Morpion classique
 - Variantes
 - Le jeu des croix et des points.
 - La Marelle
 - Alquerque et Latroncules
 - Le Tak - Tiki
 - Le Press Ups
 - Le « Cinq à la file »
 - Une variante sur une grille de 36 cases
 - Une variante « aux points »
 - Le « Morpion de Harary »
 - L'encerclement du commando
 - Une stratégie pour les grilles d'ordre $n = 9$
 - Le Jeu des coins
38. Les octogrammes magiques
 - Une curiosité : l'octogramme magique de Marie Lanoux
 - La quadrature de l'octogramme
39. Est-ce la quadrature du cercle ?
40. Une application du Théorème du point fixe de Banach
41. Le Jeu dit du Caméléon
42. Le jeu des carrés hypermagiques
43. Pour rester premier
44. Un voisinage interdit
45. Le Reversi ou Othello.
46. Le Ping
47. Rendons à César...
48. Le Lasca
49. Le Triolet et le Cogitus
 - Le triolet
 - Une autre présentation : un jeu inédit
 - Le Cogitus
50. Jeux divers
 - Un pochage de deux cases
 - Dürer diabolique ?
 - Palindromes magiques ?
 - Une grille antimagique originale
 - Le jeu des paires

III. Construction des carrés magiques avec le carré naturel

51. Introduction

52. Une approche originale des carrés magiques L'exemple des carrés magiques d'ordre $n = 3$ Les carrés magiques d'ordre $n = 4$

53. La construction de Lo Shu (pour $n = 3$) Première méthode. Seconde méthode

54. La méthode de la Table d'addition ($n = 4$) Première méthode Seconde méthode. La permutation des facteurs d'addition. Remarques.

55. La méthode des masques. Carrés magiques d'ordre $n = 4k$, dits pairement pairs. Carrés magiques d'ordre pair non multiples de 4, $n = 2(2k + 1)$, dits impairement pairs. Une autre présentation de la méthode des masques (pour $n = 2(2k + 1)$, avec $k = 1$, $n = 6$)

56. La méthode Durupt – carrés impairs ($n = 2k + 1$) Première méthode Deuxième méthode

57. La méthode de Michael Stifel (carrés magiques à enceintes d'ordre impair et pair) Généralités. La sélection des nombres : les « petits entiers » Le placement des « grands entiers » Dénombrement des carrés d'ordre pair. Remarques

58. La méthode des carrés latins et eulériens

59. La méthode d'Antoine Arnauld Exposé de la méthode Application du principe de la méthode d'Arnauld aux ordres divisibles par 4

60. Cas des carrés magiques d'ordre $n = 4$: la « méthode des permutations » et ses variantes. Exposé de la méthode Variante 1 Variante 2 Variante 3. La méthode des nombres complémentaires.

61. Le carré magique d'ordre $n = 6$. Les méthodes d'Agrippa von Nettesheim.

62. La méthode des pointages ($n = 4k$)

63. La méthode de Margossian Carrés d'ordre n multiple de 4 - $n = 4k$. Carrés impairs d'ordre n multiple de 3. Application à un carré d'ordre $n = 9$. Une méthode... qui donne le vertige !

64. La méthode des inversions ($n = 4k$) Application à un carré d'ordre $n = 8$ ($k = 2$) Application à un carré d'ordre $n = 4$ (avec $k = 1$)

65. La méthode par enceintes d'Arnauld/Pascal.
Un peu d'histoire
Définitions.
Exposé de la méthode pour les carrés d'ordre pair.
66. Les progressions arithmétiques, génératrices de carrés magiques additifs.
Généralités
Représentation symbolique ou algébrique.
67. La méthode de Benjamin Franklin (1706-1790)
Exposé de la méthode. Application à un carré d'ordre $n = 8$.
Variante
Application de la méthode de B. Franklin au carré magique d'ordre $n = 4$
Les cubes magiques d'Arsène Durupt.
68. Méthodes arabes des permutations sur le carré naturel.
Première méthode
Seconde méthode.
La permutation des termes des quadrants du carré naturel ($n = 4k$)
69. Une méthode ancienne par permutations sur le carré naturel d'ordre $n = 8k + 2$
70. La méthode du carré oblique.
71. La méthode du Pasteur Dommissé : carrés magiques impairs à enceintes
72. La méthode des bordures : carrés magiques à enceintes d'ordre $n = 4k$.
Remplissage de la bordure extérieure, $n_1 = 8$.
Remplissage de la seconde bordure, $n_2 = 6$.
73. Un carré magique extraordinaire issu du carré naturel.
74. Une variante du carré naturel - Exemple d'un carré magique d'ordre $n = 8$.
75. La méthode des placements décalés
Méthode de construction.
Remarques.
76. La méthode des placements successifs (n impair)
78. La méthode de Lucien Gérardin
79. La méthode de Eric Sizaret (2004) : carrés magiques à enceintes d'ordre impair
Exposé de la méthode. Remplissage de la première enceinte.
Remplissage des autres enceintes.
Remplissage de la grille centrale de 9 cases.
Une méthode variante.
Dénombrement.
Remarques
80. La méthode de Eric Sizaret (2005) : carrés magiques à enceintes d'ordre pair
81. Une méthode ancienne
82. La méthode Couturier ($n = 2k + 1$)
83. Les carrés hypermagiques d'ordre $n = 4$

85. Une construction d'un carré magique d'ordre $n = 8$, selon Arsène Durupt (2007)

86. Un carré magique extraordinaire !

87. Le carré naturel à la base de la construction d'un carré hétéromagique

88. Une représentation formelle des carrés magiques

Carrés magiques d'ordre $n = 3$

Carrés magiques d'ordre $n = 4$.

Carré magique d'ordre $n = 5$

89. Un dernier chapitre : Problèmes divers du carré naturel

Le digicode : un problème de logique.

Les médailles : c'est aussi un problème de logique.

Combien de carrés ?

Un petit problème de carrés !

Les cases pochées

La décomposition du carré

Le partage des entiers et les carrés magiques

Une propriété des permutations figurées : la construction des carrés latins

Une propriété de la « Tetractys »

Le carré naturel à l'origine des carrés magiques.

Une construction d'un carré magique normal d'ordre $n = 5$: la méthode Durupt (2008)

La duplication du carré

Le Jeu des carrés latins

Bibliographie complémentaire

Un classement des méthodes de construction des carrés magiques faisant appel au carré naturel en fonction de la parité de l'ordre n

Un classement des Jeux et Problèmes