

Les Carrés Magiques

Histoire, théorie et technique du carré magique, de l'Antiquité aux recherches actuelles

Sommaire

- 1 **Présentation générale et conventions.**
 Introduction
 Repérage des cases.
 Déplacements dans une grille.

- 2 **Les carrés latins.**
 Généralités.
 Carré latin normal d'ordre 3.
 Les carrés latins normalisés.
 Construction des carrés latins d'ordre impair.
 Application aux carrés latins d'ordre pair.
 Construction d'un carré latin diagonal d'ordre $n = 4$
 Le carré latin des sept couleurs de Sir Ronald Fischer
 Une remarque fructueuse !
 Un « tapis » générateur de carrés latins !
 Un carré latin « à compartiments »
 Carré latin des inverses de nombres premiers.

- 3 **Les carrés eulériens ou gréco-latins.**
 Définitions
 Les carrés latins orthogonaux.
 Carré latin auto-orthogonal.
 Condition pour que deux carrés latins réguliers soient orthogonaux.
 Le problème des 36 officiers.

- 4 **Le Carré au point de vue mathématique**
 Le carré, nombre figuré.
 Propriétés arithmétiques et algébriques du carré.
 Quelques problèmes particuliers de carrés.
 Considérations sur la table des carrés.
 A propos de quelques nombres particuliers.
 Une découverte scandaleuse !
 La « quadrature » du carré.
 La quadrature du rectangle.
 La quadrature de la lunule
 Le carré et le Théorème de Pythagore
 Le Théorème de Thébault.
 Le carré et le nombre d'or
 Le carré à l'origine du pentagone
 Les spirales géométriques
 La volute
 Un carré invraisemblable : l'armée fantastique d'Harold !
 La roue carrée !
 Pour terminer ce chapitre : le Carré et le chiffre « quatre »

- 5 Pavages**
 Définitions
 Les Carrés parfaits
 Les carrés semi-parfaits.
 Les « rectangles parfaits » ou « parfaitement parfaits »
 Le pavage d'un rectangle avec des rectangles.
 Les polyminos/poliominos.
 Présentation
 Définitions et généralités.
 La détermination de l'ordre m d'un polymino nécessite deux opérations :
- 6 Les carrés magiques.**
 Un ancien classement des carrés magiques: les Sceaux Planétaires.
 Une classification simple.
 La Classification de Dudeney pour les carrés d'ordre pair.
 La Classification de Bernard Gervais.
- 7 Propriétés générales des carrés magiques.**
 Propriétés générales
 Le carré d'ordre 2.
 Le carré magique d'ordre 3. Le Lo-Shu ou Carré de Saturne.
 Un problème posé par Bachet de Méziriac (1612) :
 le casier à bouteilles et le domestique peu scrupuleux.
 Propriétés diverses du carré d'ordre 3.
 Une approche logique du carré magique normal d'ordre $n = 3$.
 Un problème posé par Bachet de Méziriac (1612).
 Le carré magique multiplicatif d'ordre 3.
 A propos du carré d'ordre 3
 Les six carrés mystérieux !
 Un petit problème:
 Un casse-tête arithmétique.
 Le corps de garde.
 Une courbe qui remplit complètement le carré !
- 8 Les carrés naturels ou fondamentaux N.**
 Généralités
 Propriété générales des carrés naturels.
 Expression de l'élément numérique « a » du Carré Naturel.
 Application du carré fondamental à la construction du carré magique d'ordre 3.
- 9 Les carrés magiques d'ordre 4. Le Carré de Jupiter.**
 Albrecht Dürer et la « Melencolia »
 Une construction simple du « Carré de Dürer »:
 Une propriété générale appliquée aux carrés d'ordre 4 et 5
 A propos du carré d'ordre $n = 4$
 Meurtres en série à Sing Sing !
 Une illusion d'optique.

- 10 Carré magique d'ordre 5 : un carré diabolique !**
 Propriétés générales
 Autres propriétés.
 Des carrés magiques d'ordre $n = 5$ particuliers:
 Une concentration des éléments impairs.
 Les multiples propriétés des carrés magiques du type « associé »
 Les 16 carrés « supermagiques » d'ordre $n = 5$
- 11 Les carrés magiques « associés »**
 Définitions : Nombres et cases complémentaires
 Carré magique normal dit « associé ».
 Propriétés particulières du carré magique dit « associé » d'ordre impair.
- 12 Les carrés magiques complémentaires**
 Définitions
 Les autocomplémentaires d'ordre $n = 4$
- 13 Les carrés bimagiques.**
 Caractères généraux
 Calcul de la constante bimagique C_2 .
 Calcul de la constante trimagique .
 Carrés magiques à diagonales n -magiques !
 Un carré bimagique «à compartiments » .
 Un carré bimagique à compartiments très spécial.
 Carrés bimagiques à diagonales (et médianes) trimagiques.
 Des carrés bimagiques à enceinte.
 Remarques sur la bimagie et la trimagie.
 Relations entre M_n , et .
 Les carrés orthomagiques
- 14 Les carrés magiques à quartiers égaux**
 Ordre pair.
 Ordre impair.
- 15 Les carrés magiques jumeaux.**
- 16 Les carrés « hypermagiques » .**
- 17 Les mosaïques magiques.**
 Généralités
 L'exemple du carré magique d'ordre $n = 3$.
 Le carré magique d'ordre 4.
 Carrés magiques d'ordre 5.
 Les Mosaïques Magiques jumelles d'ordre impair.
 Les Mosaïques Magiques jumelles d'ordre pair.
- 18 Antimagie**
- 19 La construction des carrés magiques d'ordre impair.**

La Méthode de Bachet de Méziriac. La construction originale.
 La Méthode de De La Hire, dite des horizontales (n impair).
 Méthode dite des diagonales (n impair)
 Choix d'un élément dans une case donnée.
 Les méthodes par cheminement régulier (n impair).
 La Méthode dite du Cavalier d'Echecs de Leonhard Euler
 Exposé de la méthode
 Les Carrés panmagiques.
 Application : Un carré panmagique à trou central !
 Propriétés des carrés panmagiques.
 Les Carrés panmagiques et la Géométrie du Tissage.
 Remarques pratiques fondamentales.
 Relation entre les marches principale et secondaire.
 La progéniture du Cavalier !
 Autres méthodes par cheminement régulier.
 La Méthode de Bachet de Méziriac (1613)
 La Méthode de De La Loubère
 Les Méthodes de Moschopoulos.
 Séparation des pairs et des impairs, dans un carré magique d'ordre impair.
 Carrés magiques d'ordre n premier > 3 : Méthode des carrés latins orthogonaux.
 Carrés magiques d'ordre n premier > 3 : Méthode de Fourrey.

20 **La construction des carrés magiques d'ordre pair.**

La Méthode de François Spinula (1562)
 La Méthode d'Antoine Arnauld (1667)
 Application du principe de la Méthode d'Arnauld, aux ordres divisibles par 4 ($n = 4k$).
 La Méthode des permutations (n pair)
 La Méthode des horizontales et des verticales (n pair)
 Un Carré magique d'ordre $n = 6$ (n impairement pair) : la méthode des quartiers
 A propos du carré d'ordre $n=6$: Un carré original de Morris Philip
 Construction des carrés magiques d'ordre « pairement pair » ($n = 4k$)
 Méthode de De La Hire
 Méthode des nombres complémentaires sur les diagonales.
 La méthode des pointages (n divisible par 4 - pairement pair : $n = 4k$).
 Une autre présentation de la Méthode des pointages. Carré d'ordre 4.
 La Seconde Méthode de Moschopoulos pour les carrés pairement pairs.
 La Méthode de Margossian.
 La Méthode des inversions ($n = 4k$)
 La Méthode « LUX » pour les carrés d'ordre n pair de la forme $n = 4k+2$
 La Méthode par enceintes d'Arnauld (1667)
 Exposé de la méthode pour les carrés d'ordre pair.
 La progéniture de la Méthode d'Antoine Arnauld.
 Application au Carré Magique à enceintes d'ordre 10.
 La construction des carrés magiques normaux à compartiments

21 **Carrés magiques en progression arithmétique.**

Méthode de Bachet de Méziriac.
 Méthode du Cavalier d'Euler.
 Méthode d'Antoine Arnauld.
 Méthode des pointages.

Méthode par analogie.

Les progressions arithmétiques, génératrices de carrés magiques additifs.

La « redistribution » des termes du carré primaire: La « Méthode du Canevas Directeur ».

Des générations de sous-carrés.

Une généralisation.

22 **La Méthode de Benjamin Franklin (1706-1790)**

Exposé de la méthode : Application à un carré d'ordre 8.

Un émule de Benjamin Franklin : Morris Philip.

Un carré magique « à grille rectangulaire »

A propos de l'échiquier de 64 cases : un problème de B. Kordiemsky.

23 **La Méthode de Ralph Strachey.**

Carrés d'ordre $n = 2(2k+1)$: n divisible par 2, mais pas par 4.

Carrés d'ordre $n = 4k$ (« pairement pair »)

La progéniture de Ralph Strachey !

Autres méthodes de construction des carrés magiques d'ordre pair.

24 **Carrés impairement pairs (n divisible une seule fois par 2). Méthode de De La Hire**

25 **Carrés pairs et impairs**

Méthode des carrés latins orthogonaux (n différent de 3 et 6)

Méthode des carrés latins et eulériens .

26 **Les carrés magiques à enceintes.**

Généralités - Structure - Exemples

Construction des carrés magiques à enceintes. Ordre impair.

Première méthode.

Seconde méthode.

Troisième méthode - La Méthode de El-Bouni

Quatrième méthode – La Méthode du Pasteur Dommissse

Construction des carrés magiques à enceintes. Carrés d'ordre pair.

Caractères généraux

Première méthode : La Méthode de El-Bouni.

Seconde méthode : La Méthode des bordures.

Carrés magiques de nombres premiers à enceintes.

Manipulation sur les carrés magiques à enceintes.

27 **Une kyrielle de carrés magiques !**

Un carré magique continu

Des carrés diaboliques

Formations diverses

Les carrés magiques de nombres premiers.

Les carrés palindromiques.

Carré magique des nombres impairs.

Carré magique de nombres composés consécutifs.

28 Les progressions géométriques, génératrices de carrés magiques multiplicatifs.

Remarque préliminaire.

Une grille en progression géométrique d'ordre 5.

Représentation algébrique.

Une généralisation.

Une démonstration.

A propos des puissances de 2.

Carrés magiques multiplicatifs des puissances de 3 et 4.

Construction pratique des carrés magiques multiplicatifs

Méthode du produit des puissances.

Méthode de B. Kordiemsky pour un carré d'ordre $n = 3$.

Méthode de B. Kordiemsky pour un carré d'ordre $n = 4$.

Carré « magique » multiplicatif de la suite de Fibonacci.

Carré « alphamagique »

Les carrés magiques par soustraction et division.

Carré magique et nombre P.

Une « grille de mots croisés » pour un carré magique !

Calder et les carrés magiques !

29 Problèmes spécifiques

Manipulations sur les carrés magiques. Les manip de Bernard Gervais.

Les manipulations sur les carrés magiques. Les manip d'Achille Rilly.

La « transposition des cadres »

Produit de deux carrés magiques.

La duplication de l'ordre d'un carré magique. La Méthode des quatre carrés.

Construction d'un carré d'ordre $(n+2)$, à partir d'un carré d'ordre n .

La Méthode des bordures de Frénicle.

30 Problèmes divers.

Fixation a priori de la constante magique.

Rétablissement de la constante magique normale dans un carré magique à trou.

Pour terminer ce chapitre : un carré qui n'est pas magique !

31 Les rectangles magiques

Généralités

La construction des rectangles magiques.

32 Les Carrés Magiques en progression non régulière

Présentation.

Des carrés magiques non orthodoxes insolites.

Remarques générales.

Carrés impairs. Exemple pour un carré d'ordre $n = 3$.

Les trois termes donnés sont alignés dans la première ligne de la grille de 9 cases.

Les éléments a, b et c, sont placés partie dans la 1er ligne, partie dans la dernière ligne.

Les éléments donnés a, b, c sont placés dans une diagonale.

Les éléments donnés a, b, c sont placés dans une médiane.

La Méthode de Reichmann pour une grille d'ordre $n = 3$.

Carrés impairs. Second exemple pour un carré d'ordre $n = 5$.

Les éléments donnés, a, b, c, d, e sont placés dans la première ligne.

Les cinq éléments de départ sont placés dans la seconde ligne.
 Les éléments donnés au départ sont placés sur une diagonale.
 Les éléments sont placés partie dans la 1er ligne, partie dans la dernière ligne.
 Les éléments donnés au départ sont placés dans les deux première lignes.
 Carrés pairement pairs. Exemple d'un carré d'ordre $n = 4$.
 Les quatre éléments donnés sont placés dans la première ligne.
 Les 4 éléments donnés sont placés dans la seconde ligne.
 Les 4 éléments sont placés mi-partie dans la 1er ligne, et mi-partie dans la seconde ligne.
 Les 4 éléments sont mi-partie dans la première ligne, et mi-partie dans la troisième ligne.
 Les quatre éléments donnés sont placés suivant une diagonale.
 Les quatre éléments donnés sont placés aux quatre angles. Première solution.
 Les quatre éléments sont placés aux quatre angles. Deuxième solution.
 Les quatre éléments donnés sont placés au centre.
 Carrés impairement pairs ($n = 6, 10 \dots$) – Exemple du carré d'ordre $n = 6$.
 Les six éléments choisis sont situés dans la première ligne.
 Les six éléments choisis sont placés par moitié dans la 1ere ligne et dans la dernière ligne.

33 Les Cercles Magiques

Présentation

Méthode de construction.

Les cercles générateurs de carrés magiques.

34 Les dominos Magiques

Présentation.

Un carré d'ordre $n = 3$.

Un carré d'ordre $n = 4$.

Un Carré d'ordre $n = 5$.

Un Carré d'ordre $n = 6$.

Un carré d'ordre $n = 7$.

Le quadrille de dominos.

35 Les jeux de grilles.

Les jeux de société

Le saut du cavalier.

Nombres croisés et problèmes de grille

36 Les cubes magiques

37 Informatique et Carrés magiques

Le Programme de Ralf Laue

Un programme de Jean Jacques Descombes

Un programme de Shin, Kwon Young

38 Rappel de quelques formules mathématiques

39 Définitions/Glossaire

40 Bibliographie

Bibliographie générale des Carrés magiques.

Classement chronologique