SUR LES CARRES MAGIQUES François Grandeau :
francois.grandeau@tiscali.fr

Voici un carré de 5 un peu étonnant :

15	7	24	11	3
14	1	18	5	22
8	20	12	4	16
2	19	6	23	10
21	13	0	17	9

La magie est partout présente !

Dans les lignes, colonnes, diagonales et diagonales brisées…
Mais encore, si on prend 2 chiffres au hasard (par exemple 24 et 22, ou 7 et 10 ; 7et 1), qu'on y ajoute les chiffres qui leur sont symétriques par rapport au centre (0 et 2, ou 17 et 14 ; 17,23) ainsi que le chiffre du centre (12), on obtient S (60)

Et encore, dans chaque sous carré de 3, la somme des chiffres contenus dans la « croix » (ex. : 7,1,20,14,18), ou celle des 4 angles + le centre (15,24,1,8,12) est, également S.

QUELLE EST SA LOGIQUE ? (Voir P.16)

EST-ce la même que celle de ce carré :

3	4	15	8
14	9	2	5
0	7	12	11
13	10	1	6

Lui-même plein de magie ? Qu'est-ce qui les distingue ? qu'est-ce qui les réunit ?

ET ALORS, existe-t-il une méthode logique et adaptable aux différents carrés ?

Soit un carré naturel, par exemple de 3 :

0	1	2
3	4	5
6	7	8

CARRE A

On constate qu'il n'est pas magique, mais que la même somme (qu'on appellera S') se retrouve dans les diagonales, la ligne et la colonne du milieu.

Si on le traduit en base 3, on obtient :

00	01	02
10	11	12
20	21	22

Si on décompose ce carré en 2, on obtient :

CARRE B

0	0	0
1	1	1
2	2	2

CARRE C

0	1	2
0	1	2
0	1	2

Dans B, on retrouve la même somme dans chaque colonne, diagonales et dans la ligne médiane.
Dans C, qui n'est que B pivoté, on la retrouve, donc, dans chaque ligne, diagonale et dans la colonne médiane.

Cette somme (S) est égale à (N-1)/2 x N pour les impairs. (Pour les pairs, elle est de (N-1) x N/2).
On voit que, si on retrouve S dans la même situation (diagonale, colonne ou ligne) dans B et C, on trouve la somme S' également dans la même situation dans A.
Cette somme (S') est celle que l'on recherche.
Elle est, donc égale à (N²-1) x N/2 ou (N²-1)/2   x N.

<u>Si on imagine que B est pris sur un tapis de lignes :</u>

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Et qu’on décale les lignes de chiffres d’un cran, on obtient :

0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1
1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2
2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0
0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1
1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2
2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0
0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1
1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2
2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0
0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1
1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0	2
2	1	0	2	1	0	2	1	0	2	1	0

On a donc, ici, S partout, sauf dans la diagonale AC, où un chiffre est répété N fois.
Si ce chiffre est égal à(N-1)/2, on aura également S dans cette diagonale.

1	0	2
2	1	0
0	2	1

A, résultat de la superposition de B et C (B pivoté) sera donc magique.

Cette disposition n’étant pas possible pour les pairs : (N-1)/ 2 n’étant pas entier.

Si on cherche à appliquer cette idée aux autres carrés, on s'aperçoit que c'est possible pour tous les carrés premiers, et en tous décalages (les décalages de 1 ou N-1 correspondant aux diagonales, nécessitent, évidemment de prendre en compte l' observation ci-dessus).

Evidemment, il n'est pas nécessaire que sur la 1° ligne, les chiffres de la suite, qui doivent tous s'y trouver, soient écrits dans l'ordre.

LES NON PREMIERS.

Si le décalage (a) est un diviseur (ou diviseur d'un multiple de N) de N (xN est divisible par a et x n'est pas égal à a) alors on trouvera dans chaque colonne un même groupe de xN/a chiffres répété N/(xN/a) fois.
De même pour les diagonales (**en décalage de 1 ou N-1 par rapport aux colonnes**) si a-1 ou a+1 est diviseur (ou…). Alors on trouvera un groupe de xN/(a-1), répété N/(xN/(a-1) fois ou de xN/(a+1), répété N/(xN/ (a+1) fois.
On note que si a (ou a-1) = 0, il est équivalent à N (un décalage de 0 est équivalent à un décalage de N.
Si S est divisible (ou…) par N/a, N/(a-1) ou N/ (a+ 1) , suivant le cas, on peut alors construire un carré magique, par exemple en plaçant les chiffres complémentaires (a+b = N-1) l'un au dessous de l'autre.

CE QUI INTERDIT les décalages impairs pour les pairement pairs (car les 2 diagonales seraient dans ce cas, ce qui ne permettrait pas de construire C par simple pivotement) et exclu les impairement pairs (S étant impaire).

Pour les pairs, on peut voir que si a= N/2, le carré obtenu est hypermagique.

0	1	2	3	7	6	5	4	
7	6	5	4	0	1	2	3	
0	1	2	3	7	6	5	4	0
7	6	5	4	0	1	2	3	
0	1	2	3	7	6	5	4	
7	6	5	4	0	1	2	3	
0	1	2	3	7	6	5	4	0
7	6	5	4	0	1	2	3	

<u>On constate, également un jeu, logique dans ce cas, (un chiffre qui se décale de a, vers la droite, en descendant, trouve, en symétrie par rapport au centre un chiffre qui se décale de a, vers la gauche, en montant) de symétrie des couples de chiffres par rapport au centre :</u>

5 en décalage 2 par rapport aux colonnes

0	1	2	3	4
3	4	0	1	2
1	2	3	4	0
4	0	1	2	3
2	3	4	0	1

0 est face à 1
2 à 4
3 à 3 (chiffre central)
Symétriquement par rapport au centre.

On verra plus loin que ce n'est pas vérifié pour les impairement pairs.

Suivant certaines conditions et règles à définir, cette observation permet, peut-être, d'élaborer une méthode de construction (voir, plus loin, NOTE SUR LE CARRE DE 4)

EX. :

0	1	2	3
3	2	1	0
1	0	3	2
2	3	0	1

0	1	2	3
3	2	1	0
3	2	1	0
0	1	2	3

Noter aussi, les jeux de complémentarité, miroir,…entre les sous-carrés

Par exemple :

0	0	3	3
3	3	0	0
1	1	2	2
2	2	1	1

CE CARRE POURRA, D'AILLEURS, ETRE SON PROPRE AUXILIAIRE APRES PIVOTEMENT

Ou :

1	2	3	0
2	1	0	3
0	3	2	1
3	0	1	2

Carré qui ne pourra être son propre aux..

(On trouvera celui-ci, si on répète le 1° carré à l'infini, décalé d'une ligne et d'une colonne par rapport à ce premier carré :

1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0
2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	3
0	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1
3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2
1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0
2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	3
0	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1
3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2
1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0
2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0	3
0	3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1
3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2

Noter qu'on retrouve également le carré de la page 1

OU ENCORE :

0	2	1	3
3	3	0	0
1	1	2	2
2	0	3	1

Dont voici un auxiliaire

0	1	2	3
1	2	1	2
3	0	3	0
2	3	0	1

ON A VU COMMENT CONSTRUIRE le premier carré, par décalage de lignes (ou colonnes)
Il faut, maintenant construire le deuxième, qui sera son auxiliaire.
Il faut que chaque chiffre de la suite contenu dans le premier carré (B) rencontre une fois et une seule chaque chiffre de la suite contenu dans le deuxième (C) .
Un carré peut, parfois, devenir son propre auxiliaire, par simple manipulation :

EN ce qui concerne les impairs, la présence d'un axe de symétrie autorise , quand tous les chiffres (sauf celui du centre) suivent un dessin identique,à construire C en simple miroir (horizontal ou vertical) de B, ce qui est impossible pour les pairs.

Ainsi, pour ces 2 carrés de 5 :

0	1	2	3	4
3	4	1	2	0
4	2	3	0	1
2	0	4	1	3
1	3	0	4	2

0	1	2	3	4
3	4	0	1	2
1	2	3	4	0
4	0	1	2	3
2	3	4	0	1

LE PIVOTEMENT :

EN DEHORS DES DECALAGES, IL EST POSSIBLE QUAND TOUS LES CHIFFRES suivent un dessin identique et symétrique ou suivant les jeux de symétrie, complémentarité, entre les sous carrés :

0	3	3	0
1	2	2	1
2	1	1	2
3	0	0	3

0	1	2	3
3	2	1	0
1	0	3	2
2	3	0	1

POUR LES CARRES EN « DECALAGE » :

Quand a n'est pas diviseur de N
Lorsque l'on pivote B pour en faire C et qu'on les superpose :

Dans B, les chiffres de la première ligne sont décalés, sur les autres, de a
Dans C, du nombre négatif nécessaire de décalages pour arriver à la deuxième colonne de B (qui sera la 2° ligne de C)   soit n a   = xN + 1   (x étant le nombre de carrés utilisés sur le « tapis »).
Quand on va superposer les 2 carrés, les chiffres de la 1° ligne de C vont rencontrer les chiffres de la 1° ligne de B suivant un rythme de -a - n, à partir de la même colonne :
Soit N = 7 ; a = 2

0	1	2	3	4	5	6
5	6	0	1	2	3	4
3	4	5	6	0	1	2
1	2	3	4	5	6	0
6	0	1	2	3	4	5
4	5	6	0	1	2	3
2	3	4	5	6	0	1

xN+1= na soit x 7 + 1 = n x 2
n est donc égal à 4 (x=1)

Le 0 de C rencontrera, à partir du 6 de B, les chiffres décalés de - 4-2 = -6
soit : 6,0,1,2,3,4,5

IL EXISTE DES IMPOSSIBILITES :

Si -n - a (ou n+a) est diviseur de N ou d'un multiple de N (xN, si x est différent de N):
N=5 ; a=2 : -n-a= -5 (=-N)
ou N=25 ; a=3 : -n-a = 20, donc tous les 5 décalages, on retrouvera un multiple de 25.

QUAND a EST DIVISEUR DE N ou...

On a vu que si xN / a est entier (si x n'est pas égal à a), un même chiffre reviendra plusieurs fois sur la même colonne et, donc, ne sera pas présent sur toutes les colonnes de B.
En fait il sera sur toutes les N / (xN / a) colonnes..
Si on cherche à savoir quels chiffres de B rencontrera un même chiffre de C (B pivoté), on sait qu'il ne rencontrera pas toutes les lignes de B.
Si on retire de C les lignes qu'il ne rencontrera pas dans B, le décalage de C' devient -1 ou 1 si a est plus grand que N/2.
Si on retire également, dans B, les lignes qu'il ne rencontrera pas, le décalage de B' devient a x (N/ [xN/a]) = a^2 x N/xN.
Le chiffre qui, dans C' est en décalage –1 rencontrera les chiffres de B' suivant un rythme de –1-a^2x (N/xN).
Si a est plus petit ou égal à N/2, alors, x=1.
De même, si a est plus grand que N/2, alors les chiffres se rencontreront suivant un rythme de 1+ax (N/xN).
Il faudrait donc N décalage pour tomber 2 fois sur le même chiffre.

N= 8 ; a = 2

B							
0	1	5	3	2	4	7	6
7	6	0	1	5	3	2	4
2	4	7	6	0	1	5	3
5	3	2	4	7	6	0	1
0	1	5	3	2	4	7	6
7	6	0	1	5	3	2	4
2	4	7	6	0	1	5	3
5	3	2	4	7	6	0	1

B'							
0	1	5	3	2	4	7	6
2	4	7	6	0	1	5	3
0	1	5	3	2	4	7	6
2	4	7	6	0	1	5	3

C'							
5	2	7	0	5	2	7	0
2	7	0	5	2	7	0	5
7	0	5	2	7	0	5	2
0	5	2	7	0	5	2	7

On voit qu'alors, c'est toujours possible, $-a^2-1$ étant impair, il faudrait N décalages pour retomber sur le même chiffre

C'est, bien sûr, également valable pour les impairs, ex. : N= 9 ; a = 3.

POUR exemple, un carré de 5 un peu étonnant (VOIR PAGE 1):

15	7	24	11	3
14	1	18	5	22
8	20	12	4	16
2	19	6	23	10
21	13	0	17	9

La magie est partout présente !

Dans les lignes, colonnes, diagonales et diagonales brisées…
Mais encore, si on prend 2 chiffres au hazard (par exemple 24 et 22, ou 7 et 10), qu'on y ajoute les chiffres qui leur sont symétriques par rapport au centre (0 et 2, ou 17 et 14) ainsi que le chiffre du centre (12), on obtient S (60)

Et encore, dans chaque sous carré de 3, la somme des chiffres contenus dans la « croix » (ex. : 7,1,20,14,18), ou celle des 4 angles + le centre (15,24,1,8,12) est, également S.
? ? ?

Or, si on traduit ce carré en base 10 :

30	12	44	21	03
24	01	33	10	42
13	40	22	04	31
02	34	11	43	20
41	23	00	32	14

Et qu'on décompose ce carré :

3	1	4	2	0
2	0	3	1	4
1	4	2	0	3
0	3	1	4	2
4	2	0	3	1

0	2	4	1	3
4	1	3	0	2
3	0	2	4	1
2	4	1	3	0
1	3	0	2	4

On constate :

- Que c'est un carré en « décalage 2 »
- Qu'il est superposé à son propre miroir (ici vertical)
- Que le chiffre placé au centre est l'axe de la suite
- Que sur la ligne médiane horizontale, les couples de chiffres symétriques sont complémentaires (1,3 ; 4,0)

Comme on l'a vu, le décalage régulier fait qu' un même chiffre aura toujours en symétrie par rapport au centre un même autre chiffre.
En effet, quand l'un se décale de 2 cases vers la droite en descendant, l'autre se décale de 2 cases vers la gauche, en montant.
Aussi dans ce cas, il s'agira tourjours de couples complémentaires
(0,4 ;1,3 ;2,2)

De même, le décalage amène logiquement à ce que, dans chaque sous-carré de 3, la suite soit représentée 2 fois : une fois dans la « croix », une fois aux 4 angles plus le centre.
C.Q.F.D.

LES IMPAIREMENT PAIRS

On a vu qu'ils sont exclus de cette méthode des décalages.

Si on divise un carré en 2 demi-carrés horizontaux, qu'on place sur chaque ligne du premier demi-carré N/2 couples de chiffres formés d'un chiffre et son complémentaire , ces couples étant tous différents ; qu'on construise le 2° sous carré en « miroir » négatif (ou complémentaire)du 1°, on sait qu'on aura bien la somme recherchée dans chaque ligne et colonne, soit par N/2 fois un couple, soit par la suite entière :

EX. :

0	5	0	5	0	5
1	4	1	4	1	4
2	3	2	3	2	3
3	2	3	2	3	2
4	1	4	1	4	1
5	0	5	0	5	0

Mais les diagonales obligent à placer les chiffres dans un certain ordre.

Si on divise le 1° demi carré en 2 carrés (A' et B'), on peut, alors, placer sur la diagonale de A', par exemple, le début de la suite (pour 6 : 0,1,2).
Si on la place, dans B', en symétrie, les 2 diagonales contiendront la suite complète :

	0					0	
A'		1			1		B'
			2	2			
			3	3			
D'		4			4		C'
	5					5	

On voit, d'ailleurs, que les chiffres de la première ligne, par exemple, n'étant que sur la 1° et la dernière ligne, ils ne pourraient se rencontrer, lors du pivotement, que si ils se trouvent aux angles de la même ligne.

MAIS comment placer les autres ?

Chaque sous carré est impair, aussi, on ne pourra placer, sur la première ligne du carré A' qu'un nombre de couples + un chiffre (et non un nombre entier de couples):

0	5	0

On double alors le carré A et on inscrit les demi-suites de chiffres en diagonale (dans l'ordre ou dans un autre à condition qu'à partir du même chiffre, la suite soit toujours la même dans tout le carré, qu'aucune des 2 suites ne contienne 2 chiffres complémentaires mais que les 2 suites soient complémentaires ligne par ligne VOIR NOTE 1) :

0	5	0			
	1	4	1		
		2	3	2	

On superpose les 2 carrés, on obtient A', puis D'.

0	5	0
1	1	4
3	2	2

Si on construit B' et C' en symétrie parfaite par rapport à A' et D', deux colonnes symétriques sont donc identiques mais 2 lignes symétriques sont en négatif, aussi, après pivotement, on sait que chaque chiffre du 1° carré rencontrera chaque chiffre du 2° carré.
Ainsi, dans l'exemple ci-dessous, les 0 placés sur la première ligne rencontreront1,2,3 et 4 ; ceux placés sur la dernière 5 et 0.
D'autre part, 2 complémentaires placés, donc en symétrie, sur la même colonne rencontreront le même chiffre.
Or, dans la 1° ligne, par exemple (mais, évidemment, dans les autres également), un chiffre est répété en surnombre, ce qui fait que le carré n'est pas magique.
Si on inverse, une fois, dans BC, ce chiffre avec son complémentaire placé dans la même colonne, on rétablit le nombre normal et rien ne sera changé pour les chiffres inversés.
Bien sûr, alors, 2 chiffres seront , toutefois, modifiés dans la dernière colonne mais il s'agit de complémentaires, donc placés en symétrie, qui ne peuvent concerner , après pivotement, a et b et la symétrie (qui existe encore sur la 1° ligne, à cette exception près) fait qu'il seront TOUS LES 2 rencontrés ou non par 2 chiffres identiques (et identiques à a).

Aussi cette inversion ne modifiera-t-elle pas le fait que tous les chiffres du 1° carré (B) rencontreront tous les chiffres du 2° (C).

Ex. :

				a			
	0	5	0	0	5	0	
A	1	1	4	4	1	1	B
	3	2	2	2	2	3	
	2	3	3	3	3	2	
D	4	4	1	1	4	4	C
	5	0	5	5	0	5	
				b			

Si on inverse a et b, qui, chacun rencontrerait 2, après pivotement à droite, on obtient :

	a’		**b**	b’		
0	5	0	5	5	0	
1	1	4	4	1	4	c
3	2	2	2	3	3	
2	3	3	3	2	2	
4	4	1	1	4	1	d
5	0	5	0	0	5	
			a			

c et d (complémentaires et donc symétriques par rapport à l’axe horizontal) ont été inversés mais concernent, après pivotement, a’ et b’ dont la place n’a pas été modifiée (et qui sont, eux, symétriques par rapport à l’axe vertical).

Bien sûr, comme il a été dit, le dernier chiffre de la ligne doit rester le même que le 1°.

NOTE 1 :

EX. :

1	4	1	4	4	1
3	3	2	2	3	2
0	5	5	5	0	0
5	0	0	0	5	5
2	2	3	3	2	3
4	1	4	1	1	4

On peut noter que cette méthode est, également valable pour les pairement pairs, l'inversion n'étant pas de mise. (On retrouve alors la permanence des couples de chiffres symétriques PAR RAPPORT AU CENTRE.)

<u>ENFIN, La suite n'est pas forcément dans l'ordre sur les lignes de B ni de C ;C n'est pas forcément B pivoté (ou en miroir, si c'est possible) , mais un carré construit de la même manière que B puis pivoté (ou mis en miroir)</u>

<u>D'autre part</u> on peut superposer 2 carrés en décalage différents.
C'est toujours valable pour les premiers.Pour les non premiers, il y a des conditions : par exemple si a, a+1 ou a-1 est diviseur de N (ou…), a',a'+1,a'-1 ne doit pas l'être.
Si a = 1, a'-1 n'est pas diviseur ; si a= N-1, a'+1 ne l'est pas.

Enfin, pour les carrés non-premiers, juste un mot sur les « Carrés Gigognes », qui me semblent moins intéressants, car ils ne remettent pas en question la structure du carré :
Sous certaines conditions (il existe des impossibilités) et suivant certaines règles sur lesquelles je ne m'étends pas, pour simplifier car la méthode est plus complexe : si l'on prend un carré magique B répondant à la condition première (qu'il devienne son propre auxiliaire par simple manipulation) ;
Si, à la place de chaque chiffre identique on place un autre carré magique (B'),
Si N x N' = N'' le carré B obtenu sera magique, C également et, enfin A.

Ex. :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	2	1	0	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12
1	0	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14
2	3	0	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13
12	13	14	15	8	9	10	11	4	5	6	7	0	1	2	3
15	14	13	12	11	10	9	8	17	6	5	4	3	2	1	0
13	12	15	14	9	8	11	10	5	4	7	6	1	0	3	2
14	15	12	13	10	11	8	9	6	7	5	4	2	3	0	1
4	5	6	7	0	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11
7	6	5	4	3	2	1	0	15	14	13	12	11	10	9	8
5	4	7	6	1	0	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10
6	7	4	5	2	3	0	1	14	15	12	13	10	11	8	9
8	9	10	11	12	13	14	15	0	1	2	3	4	5	6	7
11	10	9	8	15	14	13	12	3	2	1	0	7	6	5	4
9	8	11	10	13	12	15	14	1	0	3	2	5	4	7	6
10	11	8	9	14	15	12	13	2	3	0	1	6	7	4	5

:

OU (décalage 2) :

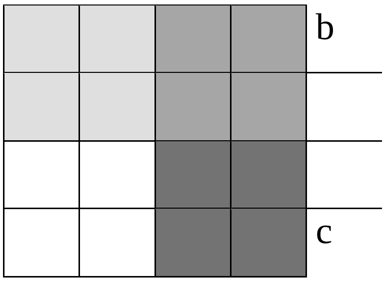
0	1	3	2	4	5	7	6	15	14	12	13	11	10	8	9
3	2	0	1	7	6	4	5	12	13	15	14	8	9	11	10
0	1	3	2	4	5	7	6	15	14	12	13	11	10	8	9
3	2	0	1	7	6	4	5	12	13	15	14	8	9	11	10
15	14	12	13	11	10	8	9	0	1	3	2	4	5	7	6
12	13	15	14	8	9	11	10	3	2	0	1	7	6	4	5
15	14	12	13	11	10	8	9	0	1	3	2	4	5	7	6
12	13	15	14	8	9	11	10	3	2	0	1	7	6	4	5
0	1	3	2	4	5	7	6	15	14	12	13	11	10	8	9
3	2	0	1	7	6	4	5	12	13	15	14	8	9	11	10
0	1	3	2	4	5	7	6	15	14	12	13	11	10	8	9
3	2	0	1	7	6	4	5	12	13	15	14	8	9	11	10
15	14	12	13	11	10	8	9	0	1	3	2	4	5	7	6
12	13	15	14	8	9	11	10	3	2	0	1	7	6	4	5
15	14	12	13	11	10	8	9	0	1	3	2	4	5	7	6
12	13	15	14	8	9	11	10	3	2	0	1	7	6	4	5

NOTE SUR LE CARRE DE 4

On peut remarquer qu'un carré de 4 est le résultat de la somme d'un carré « magique » contenant huit 1 et huit 0 et d'un autre contenant huit 2 et huit 0
Chaque colonne, ligne ou diagonale contient deux 1, deux 0 ; ou deux 2, deux 0.

Soit un carré de 4 divisé en 4 sous carrés :

a b



d c

Il existe en fait 16 possibilités pour construire le 1 carré :
POUR CONSTRUIRE LE 1° CARRE (**1**)
1 le carré a contient deux 0 et deux 1

A ils sont placés en diagonales : (ici, ce sont les 1 ce pourrait être les0) :
Le carré c est donc le complémentaire de a
On peut construire en symétrie verticale ou horizontale :

A

1	0	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0

OU B

1	0	1	0
0	1	0	1
0	1	0	1
1	0	1	0

B ils sont sur les colonnes :
a et d sont complémentaires. Il y a symétrie verticale OU b et c sont en miroir complémentaire de a et d :

C

1	0	0	1
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	1	0

D

1	0	1	0
1	0	1	0
0	1	0	1
0	1	0	1

C ils sont sur les lignes :
a et b sont complémentaires. Il y a symétrie horizontale OU d c sont complémentaires en miroir de a et b:

E

1	1	0	0
0	0	1	1
0	0	1	1
1	1	0	0

OU F

1	1	0	0
0	0	1	1
1	1	0	0
0	0	1	1

D : Le carré a contient trois 1 et un 0 (ou l'inverse) :

2 chiffres identiques ne peuvent se trouver sur la diagonale (évident) :

a et b, b et c, c et d, d et a sont complémentaires en miroir. Il y a symétrie suivant les diagonales :

G

1	1	0	0
1	0	1	0
0	1	0	1
0	0	1	1

H

0	1	0	1
1	1	0	0
0	0	1	1
1	0	1	0

On construit le deuxième carré (**2**) sur le même système.
Pour parvenir au 1° carré, il pourra être soit construit de la même manière que 1 et pivoté (SAUF, évidemment :A,B,G et H – diagonales et symétrie), ou d'une autre manière (MAIS si 1 est construit comme G ou H , 2 ne peut être construit comme D ou F , du fait des jeux de symétrie et de miroir).

EX. :

1	1	0	0		0	2	0	2		X	1	3	0	2
1	0	1	0	+	2	2	0	0	=		3	2	1	0
0	1	0	1		0	0	2	2			0	1	2	3
0	0	1	1		2	0	2	0			2	0	3	1

RESTENT A DEFINIR LES REGLES QUI PERMETTRONT DE TROUVER UN AUXILLIAIRE A CES CARRES (parfois les mêmes pivotés, parfois d'autres).
Par exemple pour X :

0	1	0	1		0	0	2	2		0	1	2	3
1	0	1	0	+	2	2	0	0	=	3	2	1	0
1	0	1	0		2	2	0	0		3	2	1	0
0	1	0	1		0	0	2	2		0	1	2	3

LES 2 CARRES SUPERPOSES DONNERONT Y PUIS, enfin, Z :

Y	10	31	02	23	Z	4	13	2	11
	33	22	11	00		15	10	5	0
	03	12	21	30		3	6	9	12
	20	01	32	13		8	1	14	7

(***<u>VOIR note, sur ce carré, Page 31</u>***)

CETTE METHODE PEUT-ELLE ETRE ETENDUE A D’AUTRES CARRES ? ? ? ?

<u>Enfin, il existe des cas particuliers, en fait 4 (x 2, donc) où toutes les lignes et colonnes contiennent deux 1 et deux 0 mais où chaque diagonale contient 4 chiffres identiques. Le 2° carré pourra compenser le « déséquilibre » :</u>

	0	0	1	1	+	2	0	2	0	=	2	0	3	1
A	1	0	1	0	Par exemple	2	2	0	0		3	2	1	0
	0	1	0	1		0	2	0	2		0	3	0	3
	1	1	0	0		0	0	2	2		1	1	2	2

	0	1	0	1		2	2	0	0		2	3	0	1
B	0	0	1	1		0	2	0	2		0	2	1	3
	1	1	0	0		0	0	2	2		1	1	2	2
	1	0	1	0		2	0	2	0		3	0	3	0

	0	0	1	1		2	0	2	0		2	0	3	1
C	0	0	1	1		0	2	0	2		0	2	1	3
	1	1	0	0		2	2	0	0		3	3	0	0
	1	1	0	0		0	0	2	2		1	1	2	2

	0	1	0	1		2	0	2	0		2	1	2	1
D	1	0	1	0		2	2	0	0		3	2	1	0
	0	1	0	1		0	2	0	2		0	3	0	3
	1	0	1	0		0	0	2	2		1	0	3	2

De même, ces carrés trouveront un auxiliaire, par ex. :

	0	1	0	1	+	0	2	2	0	=	0	3	2	1
A'	1	1	0	0	Par exemple	0	2	2	0		1	3	2	0
	0	0	1	1		2	0	0	2		2	0	1	3
	1	0	1	0		2	0	0	2		3	0	1	2

	1	1	0	0		2	0	0	2		3	1	0	2
B'	1	0	1	0		2	0	0	2		3	0	1	2
	0	1	0	1		0	2	2	0		0	3	2	1
	0	0	1	1		0	2	2	0		0	2	3	1

	0	1	1	0		0	2	0	2		0	3	1	2
C'	0	1	1	0		0	2	0	2		0	3	1	2
	1	0	0	1		2	0	2	0		3	0	2	1
	1	0	0	1		2	0	2	0		3	0	2	1

	1	0	0	1		2	2	0	0		3	2	0	1
D'	0	1	1	0		0	0	2	2		0	1	3	2
	1	0	0	1		2	2	0	0		3	2	0	1
	0	1	1	0		0	0	2	2		0	1	3	2

Il faut, bien sûr, pour bien comprendre comment ces carrés se construisent, étudier, comme ci-dessus, les jeux de symétrie, miroir, complémentarité,…

NOTE SUR LE CARRE X, Page 28:
Soit un carré construit comme le complémentaire proposé pour X :

A

3	0	0	3
1	2	2	1
2	1	1	2
0	3	3	0

Si, pour trouver son auxilliaire, on le pivote (vers la gauche, par exemple), on obtient :

B

3	1	2	0
0	2	1	3
0	2	1	3
3	1	2	0

Si on superpose les 2 carrés (ici,le carré A étant pris en premier) :

33	01	02	30
10	22	21	13
20	12	11	23
03	31	32	00

Soit, après transcription en base 10

15	1	2	12
4	10	9	7
8	6	5	11
3	13	14	0

Maintenant, si, lors du pivotement, on inverse les 2 colonnes médianes du carré B :

3	2	1	0
0	1	2	3
0	1	2	3
3	2	1	0

ON OBTIENT :

33	02	01	30
10	21	22	13
20	11	12	23
03	32	31	00

Soit, après transcription

15	2	1	12
4	9	10	7
8	5	6	11
3	14	13	0

En ajoutant 1 aux chiffres de ce dernier carré :

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

SOIT LE CARRE DE DÜRER